Introduction.

La cinématique est l'étude des mouvements des objets au cours du temps.

Limites des principes et méthodes de ce cours :

- Les objets (ou sous ensembles étudiés) sont rigides. (indéformables)
- les liaisons entre eux sont parfaites (pas de jeux).
- Il s'agira toujours de mouvements plans.

Mouvements.

On notera Mvt (1/0) le mouvement de l'objet 1 par rapport à l'objet 0.

On distinguera les mouvements suivants :

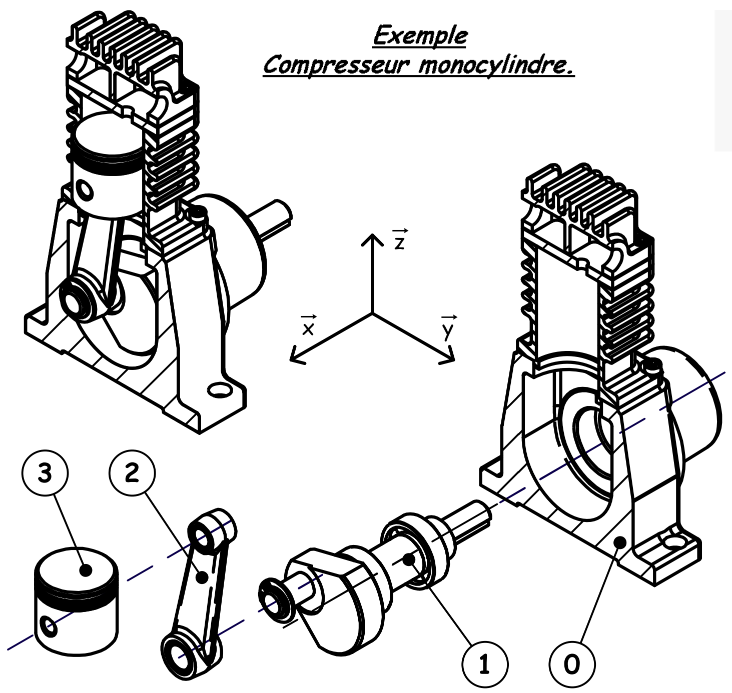
Trajectoires.

On notera T(A,1/0) la trajectoire du point A de l'objet 1 par rapport à l'objet 0.

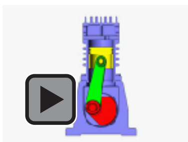
Qui donnent les trajectoires suivantes :

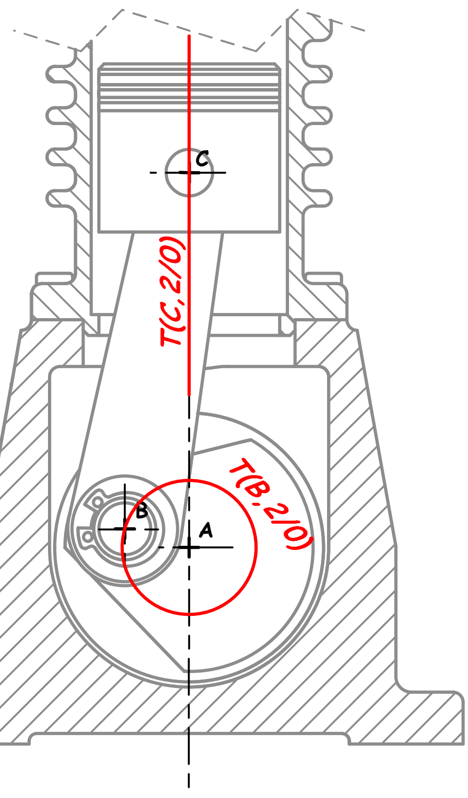
Mouvement de …	Trajectoire
Rotation (autour de l'axe …)	⇨ **Cercle de centre … passant par …**
Translation rectiligne (suivant la direction …)	⇨ **droite …**
Translation circulaire (rien à préciser)	⇨ **Cercle** (rien à préciser)
plan quelconque (rien à préciser)	

Exemple
Compresseur monocylindre.

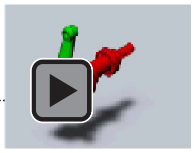


0 - Carter (fixe)
2 - Bielle
1 - Vilebrequin
3 - Piston

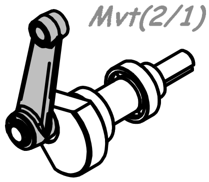




Exemple : On considère le compresseur monocylindre représenté à la page précédente.



Mvt(2/1)

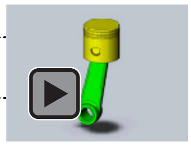


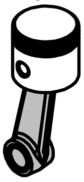
Mvt(1/0) : Rotation (continue) autour de $(A,\vec{x})$.

Mvt(3/0) : Translation rectiligne (alternée) suivant $(C,\vec{z})$.

Mvt(2/0) : Mouvement plan quelconque.

Mvt(2/3)





Mvt(2/3) : Rotation autour de $(C,\vec{x})$

Mvt(2/1) : Rotation autour de $(B,\vec{x})$

Rq : Il faut toujours préciser « par rapport à … »

T(B,1/0) : Cercle de centre A passant par B.

Rq : B est le centre de la liaison entre 1 et 2.

T(B,2/0) : Cercle de centre A passant par B.

T(C,3/0) : Droite $(C,\vec{z})$.

Rq : C est le centre de la liaison entre 2 et 3.

T(C,2/0) : Droite $(C,\vec{z})$.

Positions.

On note B' et C' les positions respectives de B et C lorsque le piston est au point mort haut. Et B" et C" celles correspondants au point mort bas.

B et C appartiennent tous les deux à la pièce 2. Donc la distance [BC] ne change pas.

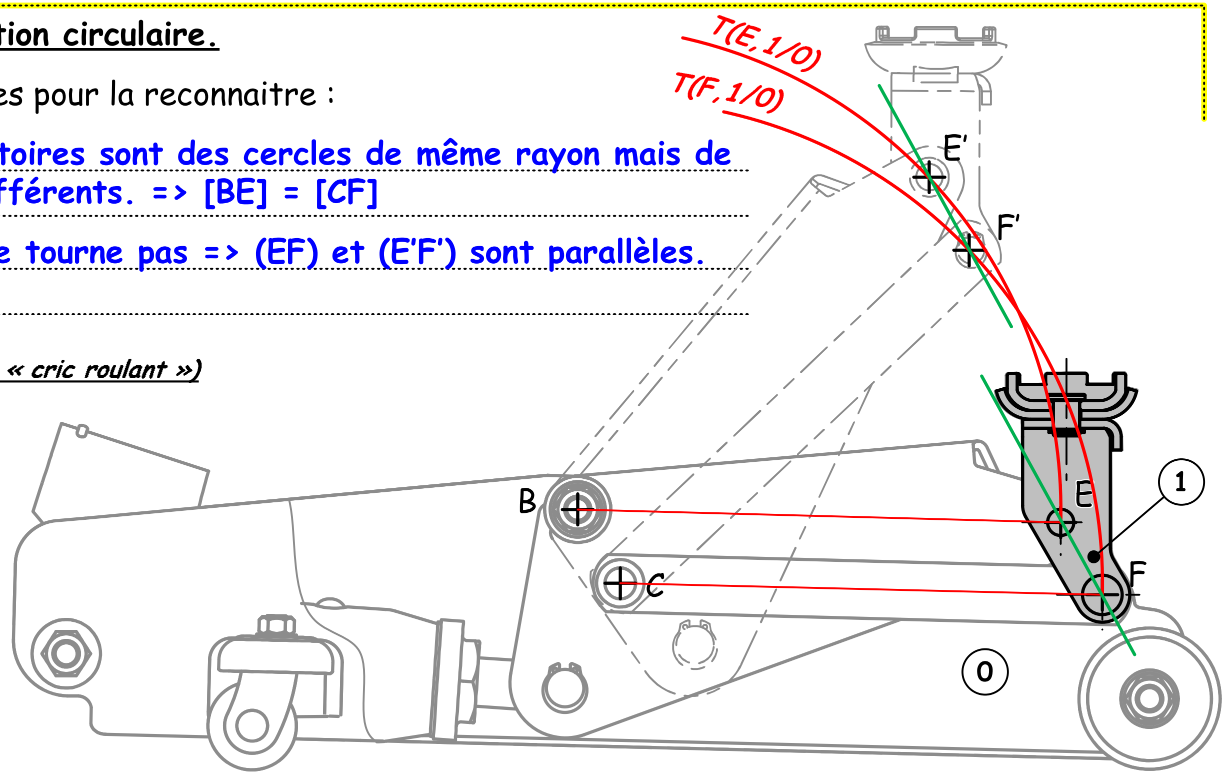
[BC] = [B'C'] = [B"C"]

La translation circulaire.

Deux indices pour la reconnaitre :

- Les trajectoires sont des cercles de même rayon mais de centres différents. => [BE] = [CF]
- La pièce ne tourne pas => (EF) et (E'F') sont parallèles.

(voir exercice « cric roulant »)



Notion de vitesse.

La vitesse caractérise la variation de la position d'un objet au cours du temps.

On distingue :

- La vitesse linéaire V (moyenne ou instantanée) exprimée en m/s.
- la fréquence de rotation N d'un objet exprimée généralement en tr/min.
- la vitesse angulaire ω d'un objet exprimée généralement en rad/s.

Relations entre ces vitesses/fréquence :

N en tr/min	$\omega = 2\pi/60 \times N$ ⟹	ω en rad/s	$V = \omega \times r$ ⟹	V en m/s

Vecteur vitesse instantané.

On peut représenter la vitesse (instantanée) d'un point d'un objet par un vecteur vitesse.

On notera par exemple, $\overrightarrow{V}(A,1/0)$ la vitesse du point A appartenant à 1 dans son mouvement par rapport à 0.

On tracera le vecteur vitesse à l'aide d'une échelle de vitesse (… cm pour … m/s)

- Cas général : Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire du point. *Fig. 1*
- Cas d'un mouvement de translation rectiligne :
  Le vecteur vitesse est sur la trajectoire du point. *Fig. 2*
- Cas d'un mouvement de rotation :
  Le vecteur vitesse est perpendiculaire au rayon de la trajectoire. *Fig. 3*
  Il est aussi proportionnel au rayon. ($V = \omega \times r$)

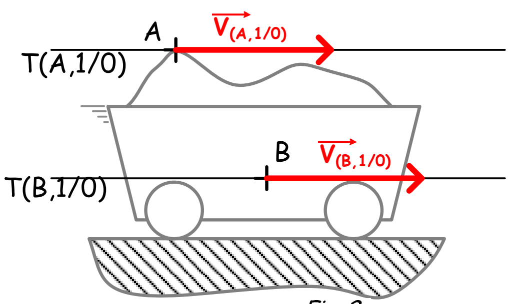


Fig. 2

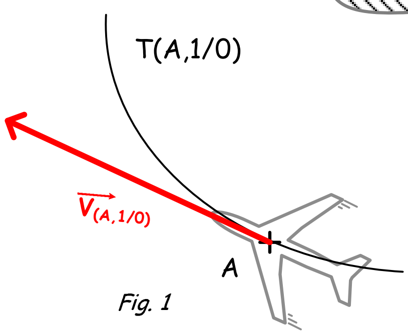


Fig. 1

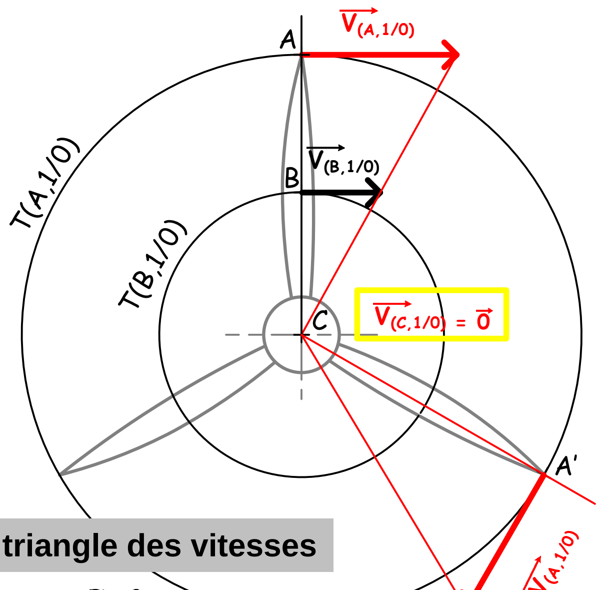
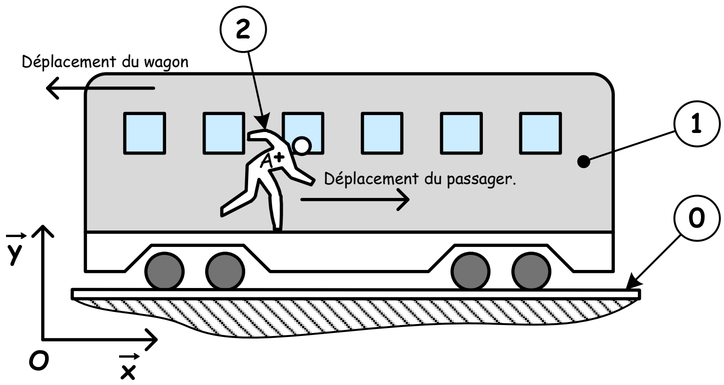


Fig. 3

Loi de composition des mouvements.

Si on considère l'exemple ci-contre, on peut écrire :



Mvt(2/0) = Mvt(2/1) + Mvt(1/0)

Loi de composition des vitesses.

Si on considère le point A de l'exemple ci-contre, on peut également écrire :

$$\underbrace{\overrightarrow{V}(A,2/0)}_{\text{Vitesse absolue de 2.}} = \underbrace{\overrightarrow{V}(A,2/1)}_{\text{Vitesse relative de 2.}} + \underbrace{\overrightarrow{V}(A,1/0)}_{\text{Vitesse d'entrainement.}}$$

1er cas – Vitesse relative nulle. (centre d'une articulation)

On considère le compresseur étudié précédemment.
La loi de composition des vitesses, appliquée en B nous donne :

$\overrightarrow{V}(B,2/0) = \cancel{\overrightarrow{V}(B,2/1)} + \overrightarrow{V}(B,1/0)$

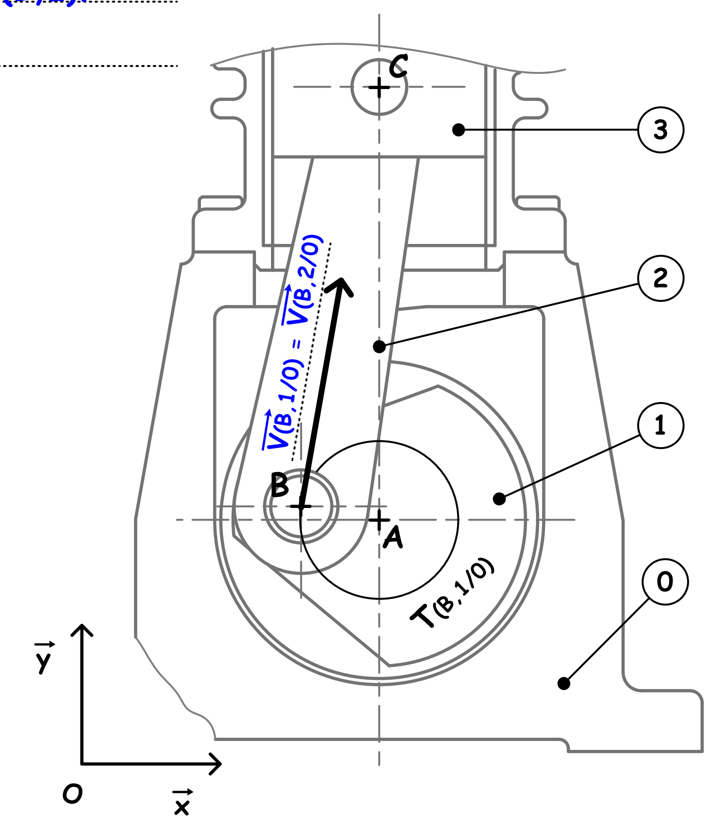
Or il y a entre 2 et 1 une articulation d'axe $(B,\vec{z})$.

Donc le Mvt(2/1) est une rotation autour de $(B,\vec{z})$.

Et $\overrightarrow{V}(B,2/1) = \vec{0}$

Il nous reste donc :

$\overrightarrow{V}(B,2/0) = \overrightarrow{V}(B,1/0)$



3eme cas – Vitesse relative non nulle / Vérin.

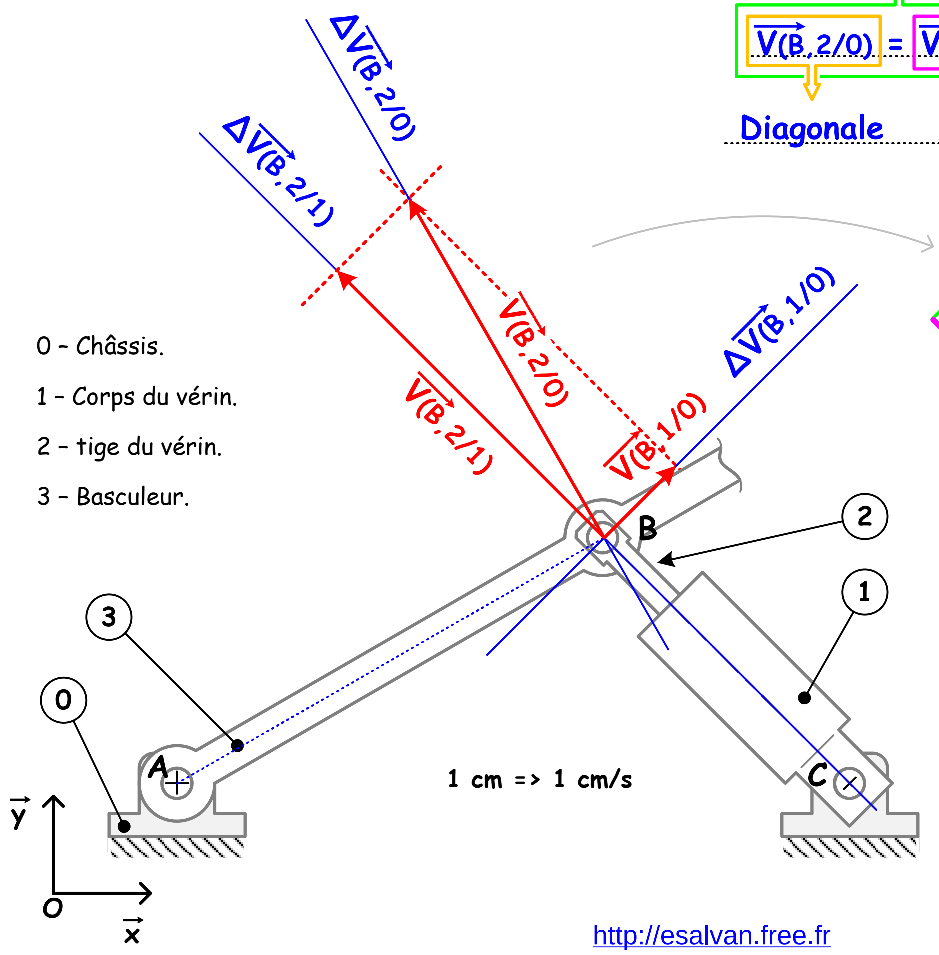
On considère l'assemblage ci-dessous. La vitesse de sortie de la tige est de 5 cm/s.

On connait donc $\overrightarrow{V}(B,2/1)$ et on cherche $\overrightarrow{V}(B,3/0)$.

Liaison	Mouvement		Conséquence
Liaison entre 3 et 2 Articulation d'axe $(B,\vec{z})$	**Mvt(3/2)** Rotation autour de $(B,\vec{z})$	⇒	$\overrightarrow{V}(B,3/0) = \overrightarrow{V}(B,3/2) + \overrightarrow{V}(B,2/0)$ $\overrightarrow{V}(B,3/2) = \vec{0}$ $\overrightarrow{V}(B,3/0) = \overrightarrow{V}(B,2/0)$
Liaison entre 3 et 0 Articulation d'axe $(A,\vec{z})$	**Mvt(3/0)** Rotation autour de $(A,\vec{z})$	⇒	$\Delta\overrightarrow{V}(B,3/0) = \Delta\overrightarrow{V}(B,2/0)$ est $\perp$ à (AB).
Liaison entre 2 et 1 Pivot glissant de direction (BC)	**Mvt(2/1)** Translation suivant (BC)	⇒	$\Delta\overrightarrow{V}(B,2/1)$ est sur la droite (BC).
Liaison entre 1 et 0 Articulation d'axe $(C,\vec{z})$	**Mvt(1/0)** Rotation autour de $(C,\vec{z})$	⇒	$\Delta\overrightarrow{V}(B,1/0)$ est $\perp$ à (BC).

Parallélogramme (rectangle)

$$\underbrace{\overrightarrow{V}(B,2/0)}_{\text{Diagonale}} = \underbrace{\overrightarrow{V}(B,2/1) + \overrightarrow{V}(B,1/0)}_{\text{Cotés}}$$

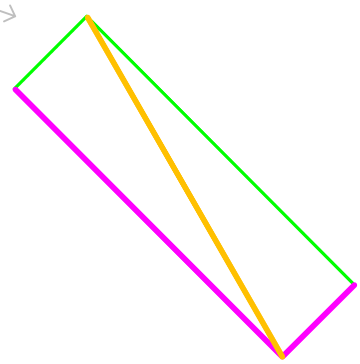


0 - Châssis.

1 - Corps du vérin.

2 - tige du vérin.

3 - Basculeur.



Détail de la méthode

2eme cas - Vitesse relative non nulle / Glissement.

On considère l'assemblage ci-dessous. La vitesse de sortie de la tige est de 5 cm/s.

On connait donc $\overrightarrow{V}(B,1/0)$ et on cherche $\overrightarrow{V}(B,2/0)$.

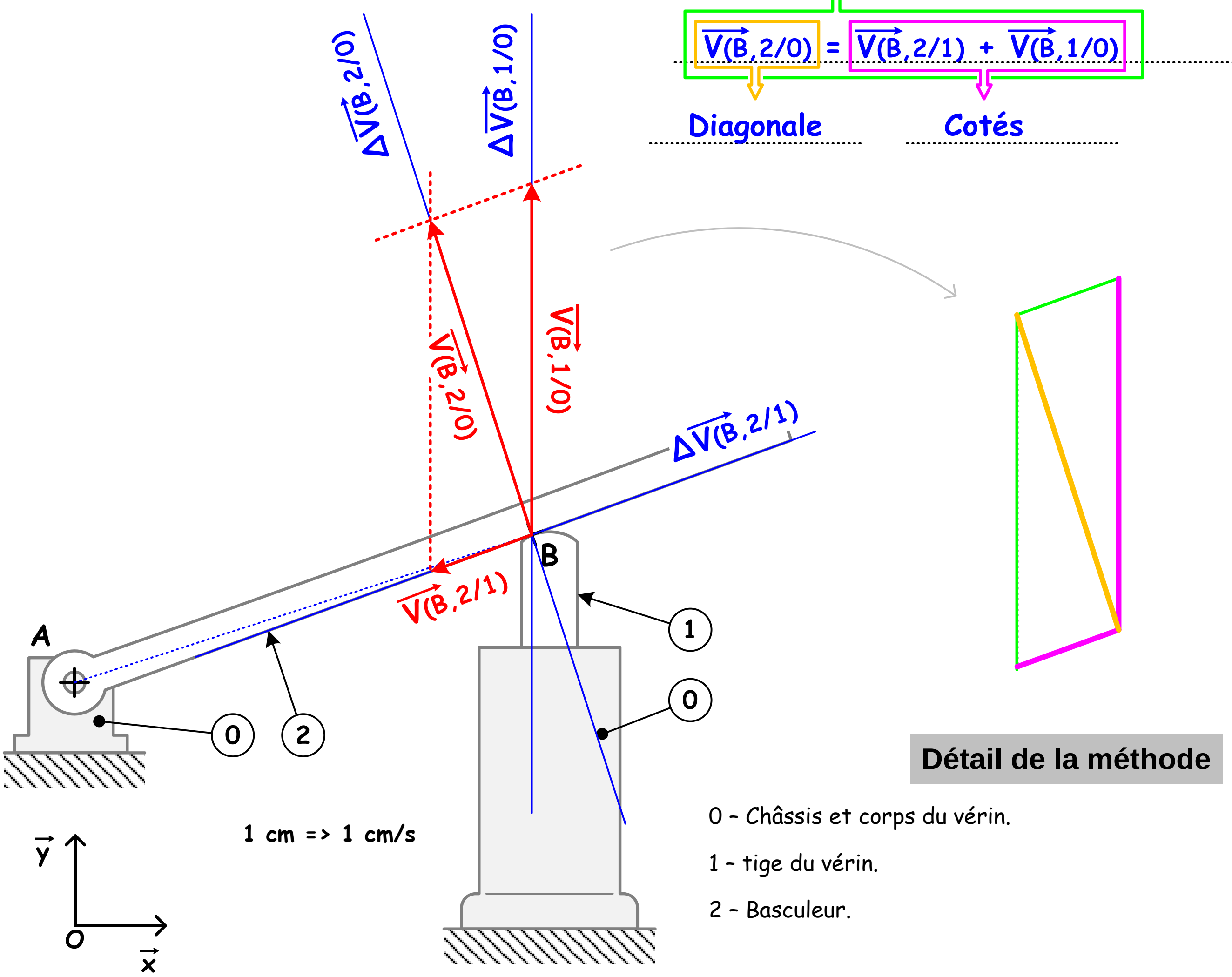
Liaison entre 1 et 0		Mvt(1/0)		
Pivot glissant de direction $(B,\vec{y})$	⇒	Translation suivant $(B,\vec{y})$	⇒	$\Delta\overrightarrow{V}(B,1/0)$ est sur la droite $(B,\vec{y})$.

Liaison entre 1 et 0		Mvt(2/0)		
Articulation d'axe $(A,\vec{z})$	⇒	Rotation autour de $(A,\vec{z})$	⇒	$\Delta\overrightarrow{V}(B,1/0)$ est $\perp$ à (AB).

Contact entre 2 et 1		
Contact ponctuel en B	⇒	$\Delta\overrightarrow{V}(B,2/1)$ est sur le plan tangent au contact.

Parallélogramme (quelconque)

$$\underbrace{\overrightarrow{V}(B,2/0)}_{\text{Diagonale}} = \underbrace{\overrightarrow{V}(B,2/1) + \overrightarrow{V}(B,1/0)}_{\text{Cotés}}$$



0 - Châssis et corps du vérin.

1 - tige du vérin.

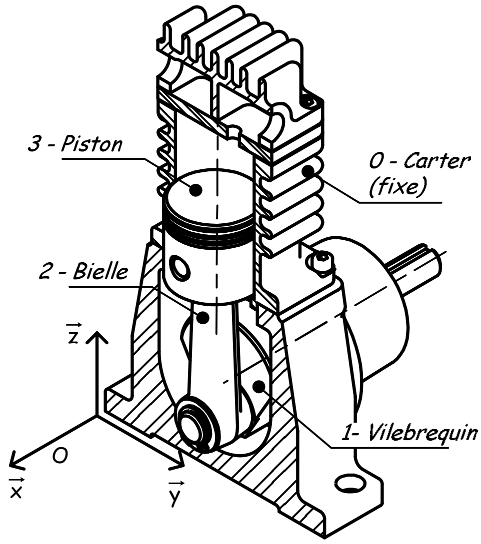
2 - Basculeur.

Méthode de l'équiprojectivité des vecteurs vitesses.

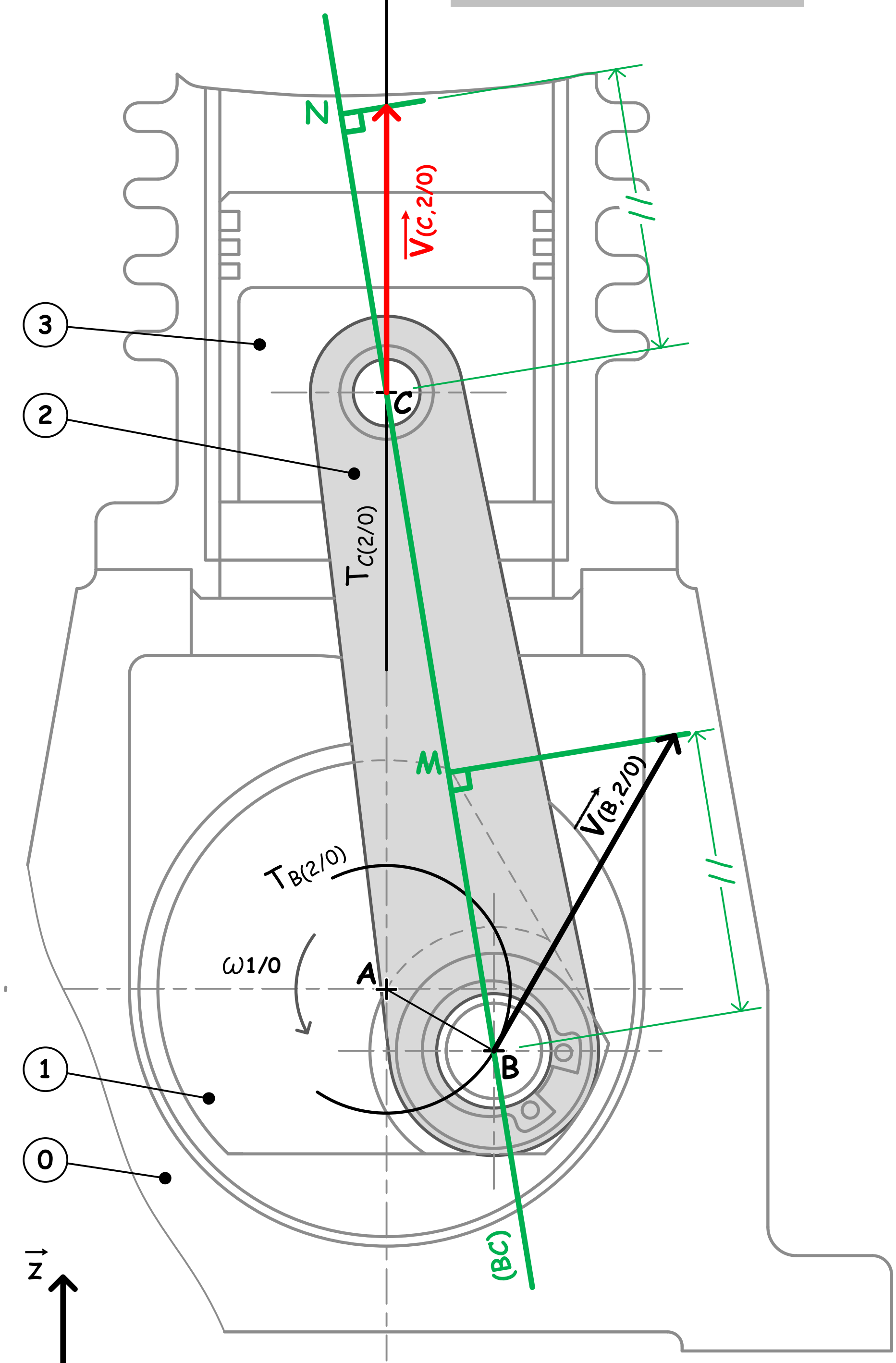
On considère le compresseur monocylindre, constitué d'un vilebrequin 1, articulé en A sur le carter 0 et en B sur la bielle 2. *(liaisons pivots d'axes $(A,\vec{x})$ et $(B,\vec{x})$).*
La bielle est quand à elle articulée en C sur le piston 3. *(liaison pivot d'axe $(C,\vec{x})$)*
Le piston coulisse dans le carter 0 *(liaison pivot glissant d'axe $(C,\vec{z})$)*, ce qui a pour effet de faire varier le volume de la chambre de compression.

Les pièces du mécanisme sont considérées indéformables et les liaisons parfaites. L'étude sera faite dans le plan $(O, \vec{y}, \vec{z})$.

Connaissant $\overrightarrow{V(B,2/0)}$, on recherche la vitesse $\overrightarrow{V(C,2/0)}$, pour la position représentée.



Détail de la méthode



Equiprojectivité des vecteurs vitesses : (tracés en vert)

Principe :

Puisque les points B et C appartiennent tout deux à la pièce 2 qui est **indéformable**,

les projections des vitesses $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ et $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ sur **la droite (BC)** sont **égales.***

Soit ici : **[BM] = [CN]**

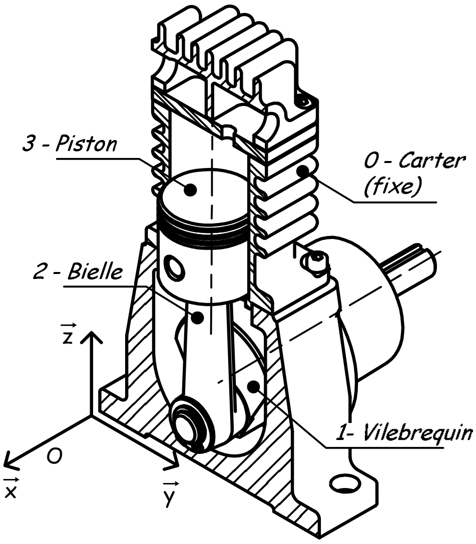
*** Ce qui revient à dire que les points B et C restent à la même distance.**

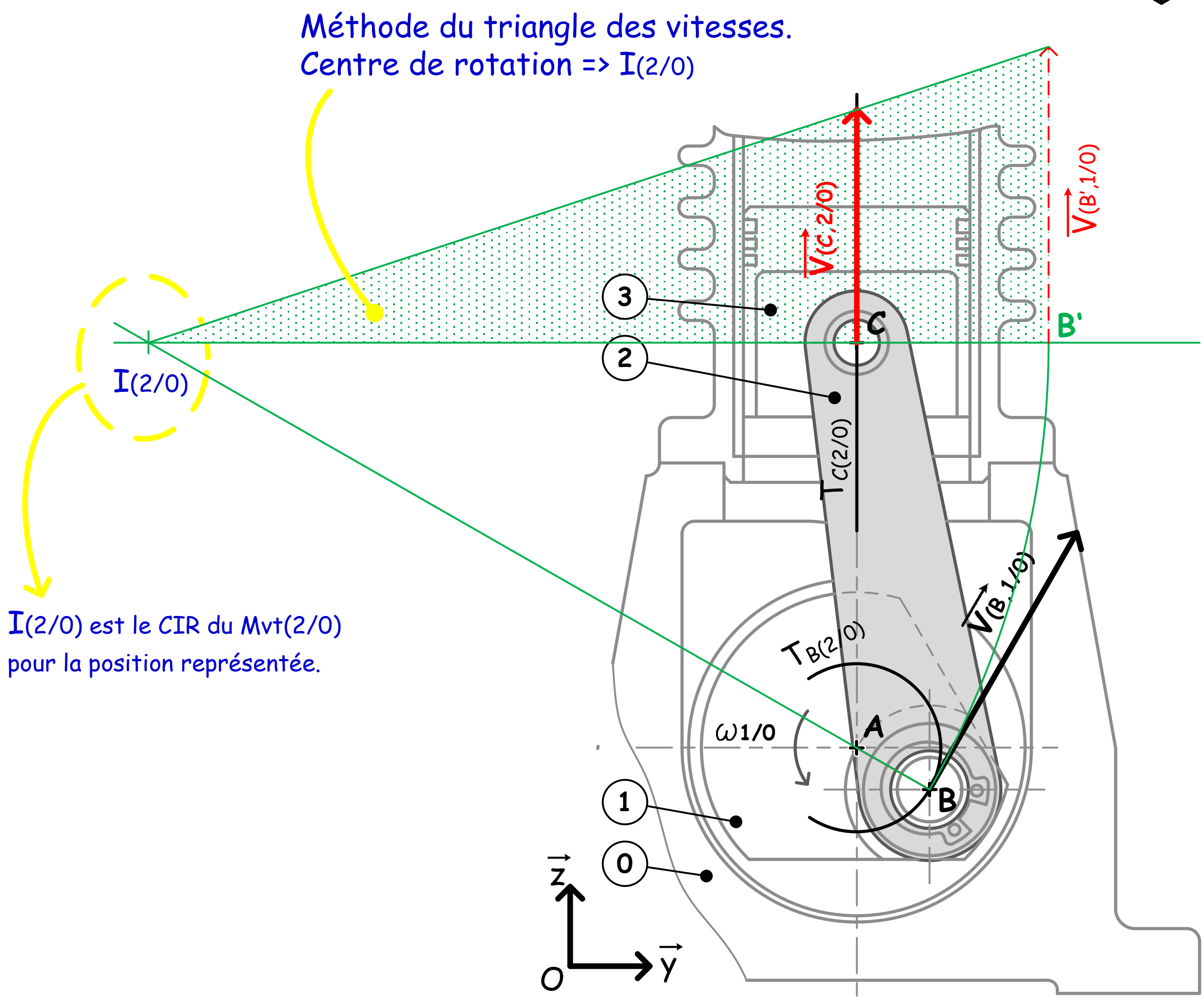
Méthode du centre instantané de rotation (noté CIR).

On considère le compresseur monocylindre, constitué d'un vilebrequin 1, articulé en A sur le carter 0 et en B sur la bielle 2. *(liaisons pivots d'axes $(A,\vec{x})$ et $(B,\vec{x})$).*
La bielle est quand à elle articulée en C sur le piston 3. *(liaison pivot d'axe $(C,\vec{x})$)*
Le piston coulisse dans le carter 0 *(liaison pivot glissant d'axe $(C,\vec{z})$)*, ce qui a pour effet de faire varier le volume de la chambre de compression.

Les pièces du mécanisme sont considérées indéformables et les liaisons parfaites. L'étude sera faite dans le plan $(O, \vec{y}, \vec{z})$.

Connaissant $\vec{V}_{(B,2/0)}$, on recherche la vitesse $\vec{V}_{(C,2/0)}$, pour la position représentée.





Centre instantané de rotation : (CIR)

Principe :

Tout mouvement dans le plan peut être assimilé à un instant donné, **à un mouvement de rotation autour d'un centre instantané de rotation. (noté CIR)**

Ce CIR, dont la position varie au cours du temps, se trouve toujours **à l'intersection des perpendiculaires aux vitesses des points.**